

eigen frequentie

VWO
MODULER

Relativiteit

Naam:








Samengewerkt met:



Hoe werkt eigenfrequentie?

Deze module gebruik je samen met een hoofdstuk uit je gebruikelijke lesmethode. Het bevat verbredende en verdiepende opdrachten. Vaak moet je puzzelen en ga je iets onderzoeken, maken of opzoeken.

In de module worden verschillende symbolen gebruikt:

-  Je moet overleggen met je docent
-  Je kunt een device gebruiken
-  Je hebt je lesboek nodig
-  Je hebt materialen nodig
-  Opdracht speciaal voor HAVO
-  Opdracht speciaal voor VWO
-  De docent legt iets klassikaal uit

Titel: BB-V-module R relativiteit

Samenstelling: Simon de Groot

Datum: 14 december 2024

Deze module is mede mogelijk gemaakt door Peellandcollege Deurne, leraar ontwikkelfonds. De module is onderdeel van een serie lesmodules natuurkunde voor onderbouw en bovenbouw VMBO, HAVO en VWO. Voor het didactisch concept, andere versies van deze module, materialen, bronvermelding en andere modules uit dezelfde serie:



www.eigenfrequentie.nl



www.peelland-college.nl



Inertiaalstelsels en postulaten van Einstein



1. Je krijgt uitleg over *inertiaalstelsels en de postulaten van Einstein*
2. Vink aan in welke situatie je je in een inertiaalstelsel bevindt.

- Je zit in een vliegtuig dat met een snelheid van 800 km/h in een rechte lijn vliegt.
- Je staat stil.
- Je zit op een paard in de draaimolen.
- Je valt omlaag richting de aarde.



3. Pak 2 lego poppetjes om een gedachte-experiment uit te voeren.

We bekijken een astronaut (poppetje 1) die in zijn raket met 40% van de lichtsnelheid ($0,4c$) van de aarde af beweegt. Vanaf de aarde vuurt je andere poppetje een laserpuls af op de raket.

4. Leg uit met welke snelheid de waarnemer op aarde de lichtpuls van zich af ziet gaan.

.....

.....

.....

5. Leg uit met welke snelheid de ruimte reiziger de lichtpuls op zich af ziet komen.

.....

.....

.....



6. Overleg met je docent over je antwoorden.

Lorentzfactor

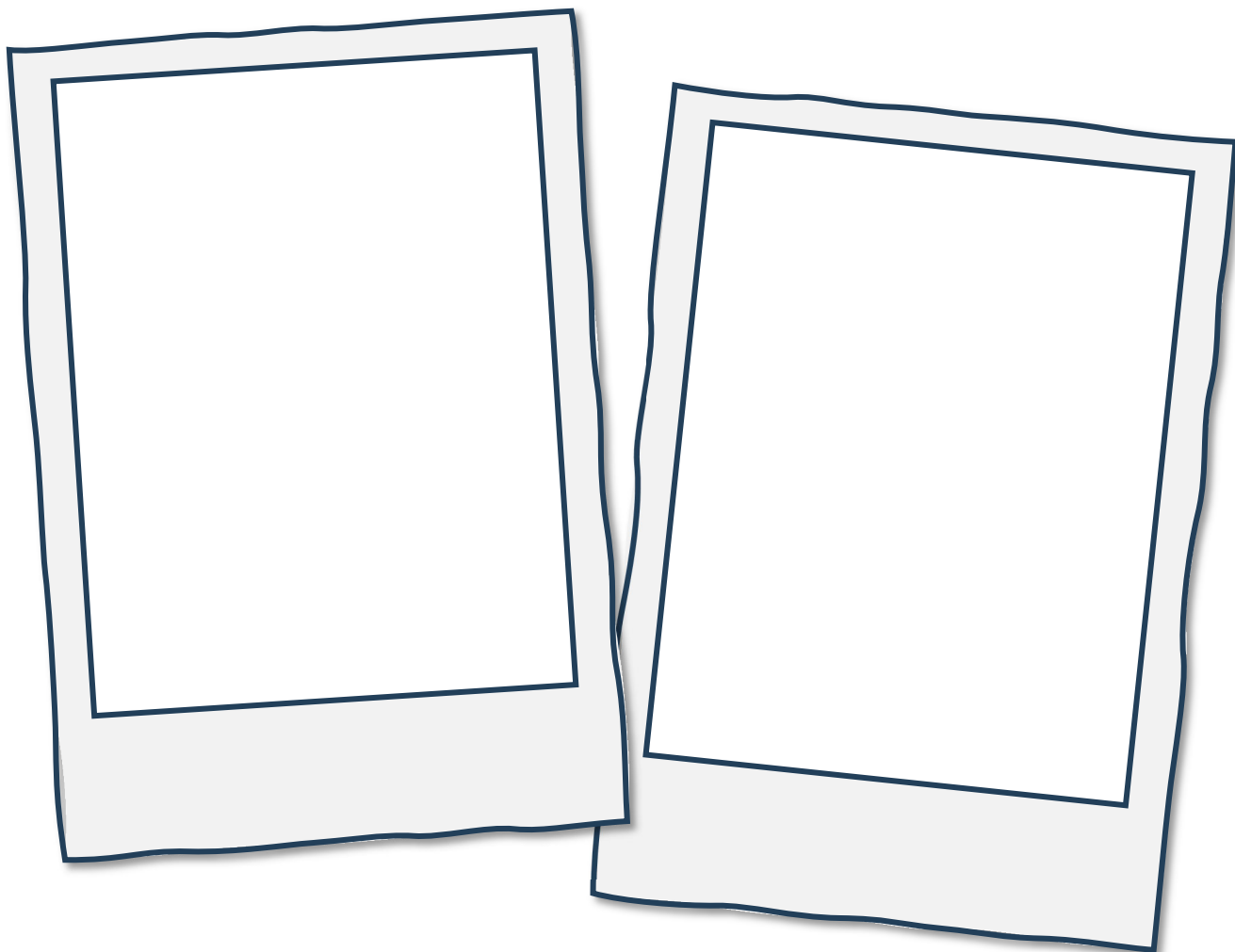
Je krijgt uitleg over de Lorentzfactor. Leuk als je die straks zelf kunt afleiden. Gebruik onderstaande figuur om samen de formule op te stellen met een gedachte-experiment.



Lengtekrimp

Iemand neemt een selfiestick mee in een raket en maakt een foto van zichzelf terwijl hij met grote snelheid ($\gamma=2$) beweegt. Tegelijkertijd maakt ook een stilstaande waarnemer een foto van de raket op dezelfde afstand.

7. Teken aan de linkerkant de foto die de astronaut maakt. Rechts teken je de foto die de stilstaande waarnemer maakt



Om te zien of deze effecten in het dagelijks leven merkbaar zijn bekijken we een boeing 747 die op maximale snelheid over je huis vliegt.

8. Bereken hoeveel korter het vliegtuig voor jou is ten opzichte van de eigenlengte.

.....

.....

.....

.....



9. Overleg met je docent over je antwoorden.

Reizen sneller dan het licht?

Arne en Bart hebben een discussie over reizen met de snelheid van het licht. Ze praten over een reis naar de dichtstbijzijnde ster Proxima Centauri. Deze staat op 4,2 lichtjaar afstand van de aarde.

Arne zegt: *Als je met een raket vertrekt die beweegt met ongeveer de lichtsnelheid, dan doe je er dus nog 4,2 jaar over om bij deze ster te komen. Sneller dan het licht reizen zou fijn zijn want dan kun je de afstand in een kortere tijd overbruggen.*

Bart zegt: *Het is zinloos om sneller dan het licht te willen reizen. Als je met de lichtsnelheid reist ben je al letterlijk in no-time bij Proxima Centauri. Sterker nog: Je zou op hetzelfde tijdstip op iedere plek in het universum zijn.*

10. Leg uit wie gelijk heeft.

.....

.....

.....

.....

.....

Om dit met formules uit te leggen moet je rekenen met een gamma factor van oneindig. Echt berekenen hoeft dan niet. Je neemt gewoon een enorm grote waarde voor γ en beredeneert daarmee wat er gebeurt met tijd en afstand.

11. Leg met de formule voor lengtekrimp uit wat er gebeurt met de afstand die de raket moet afleggen naar Proxima Centauri.

.....

.....

.....

12. Leg met de formule voor tijdrek uit hoeveel tijd op de klok in de raket verstrijkt tijdens de reis naar Proxima Centauri.

.....

.....

.....

13. Leg uit hoeveel tijd verstrijkt voor een waarnemer die op aarde blijft tussen vertrek en aankomst van de raket.

.....

.....



14. Overleg met je docent over je antwoorden tot nu toe.

Ruimteti-jd-diagrammen



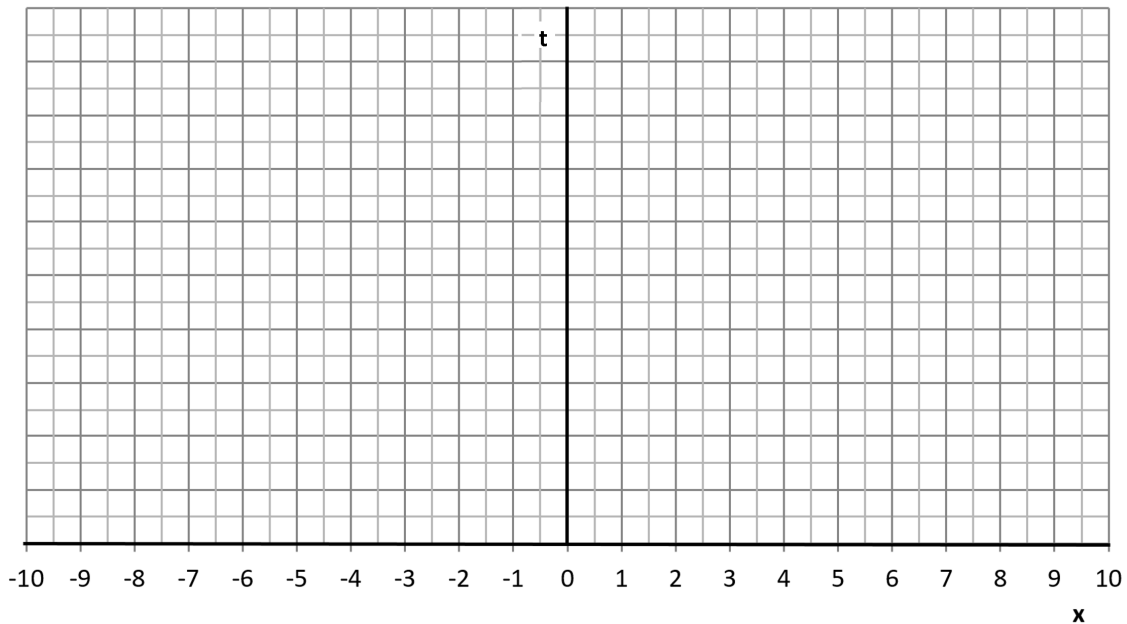
15. Je krijgt uitleg over *ruimteti-jd diagrammen*



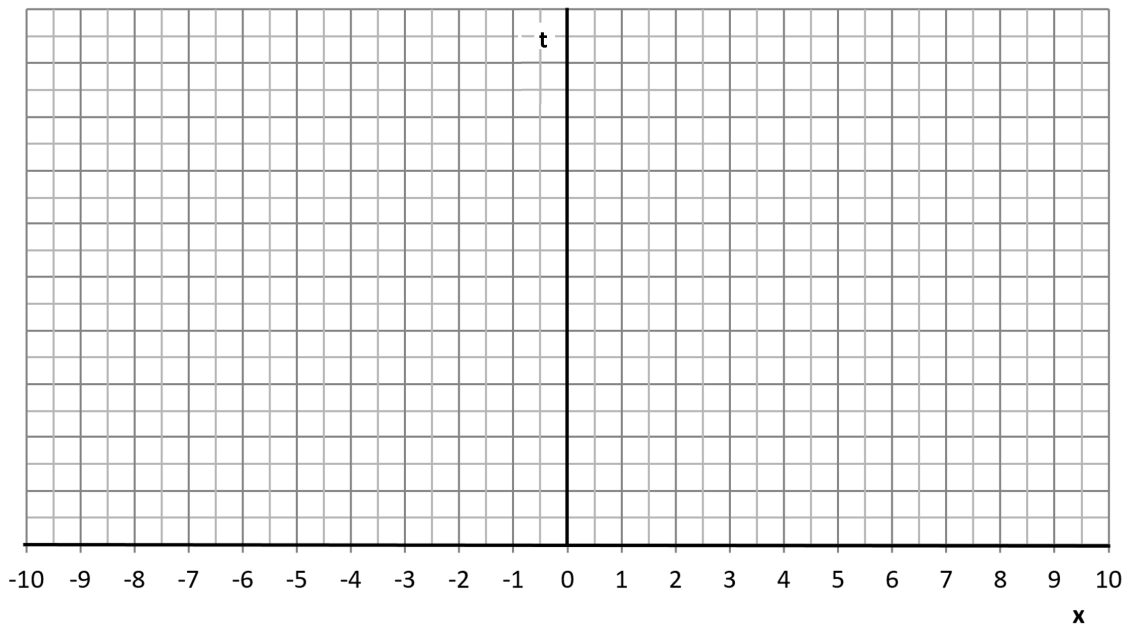
16. Pak 3 legopoppetjes en een A3 papier met een ruimte-tijd diagram.

Gebruik een A3 blad om met de legopoppetjes een situatie na te spelen. Je bekijkt poppetje P1, P2 en P3 die een estafette lopen. Kies zelf de startposities en de snelheid.

17. Teken hieronder de estafetterace in het referentiestelsel van een waarnemer (toeschouwer) in de oorsprong. Pas de schaal eventueel aan.



18. Teken hieronder het ruimtetijd-diagram van P1, P2 en P3 die dezelfde estafetterace lopen in het referentiestelsel van P2.



19. Bedenk zelf nog nieuw scenario waar je het ruimtetijd diagram van gaat tekenen. Kies ook hier weer twee verschillende referentiestelsels. Omschrijf het scenario hieronder.

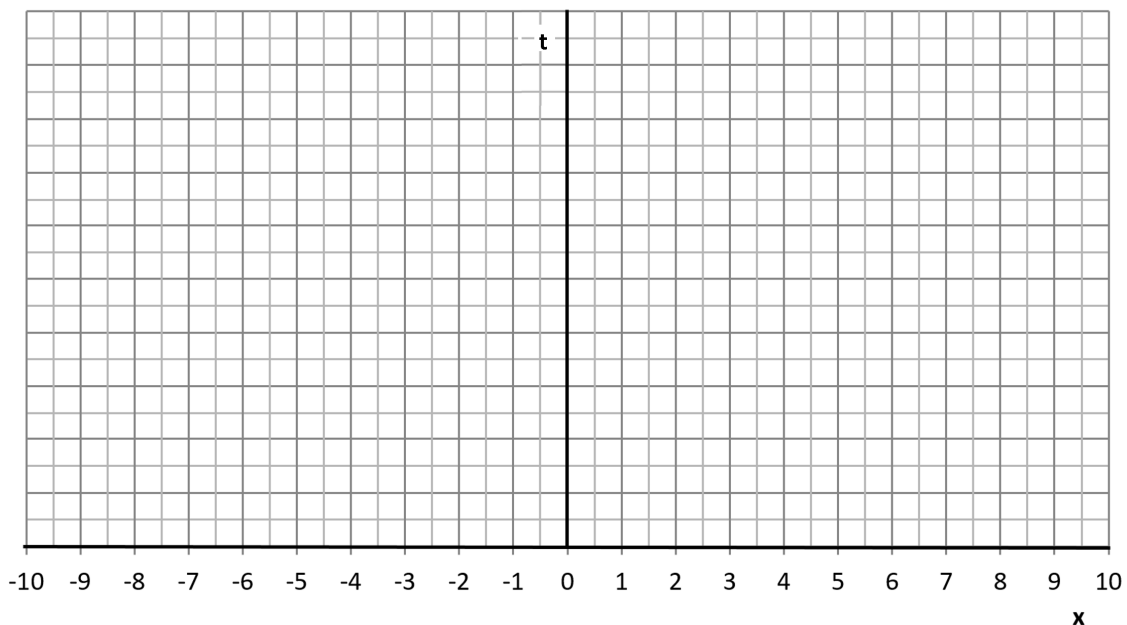
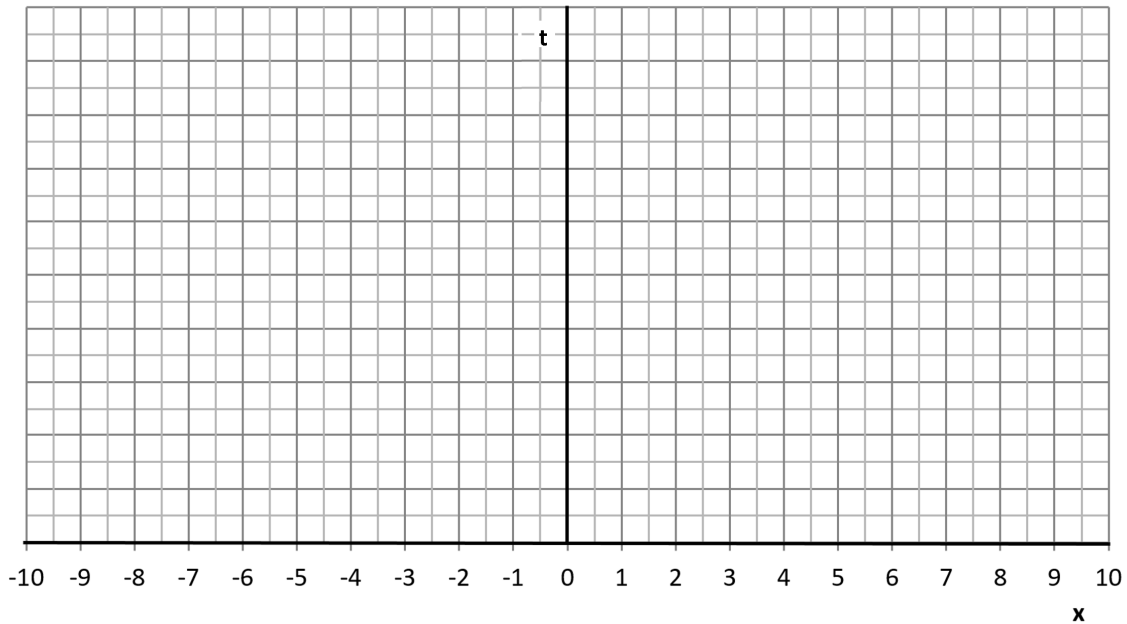
.....

.....

.....

.....

20. Speel het scenario na op de A3 papieren en teken vervolgens hieronder.



Lichtsnelheid in een ruimtetijd-diagram

Je gaat nu tekenen met snelheden tot de lichtsnelheid.

21. Leg uit waarom de asopmaak van de experimenten met de legopoppetjes daar niet geschikt voor is. (probeer de lichtsnelheid maar te tekenen)

.....

.....

In een ruimtetijd-diagram waarin de snelheid van fotonen wordt aangegeven, veranderen we de y -as met grootte t naar grootte ct , dus de y -as wordt vermenigvuldigd met de lichtsnelheid.

22. Bereken de waarde van ct als het licht 10 meter heeft afgelegd.

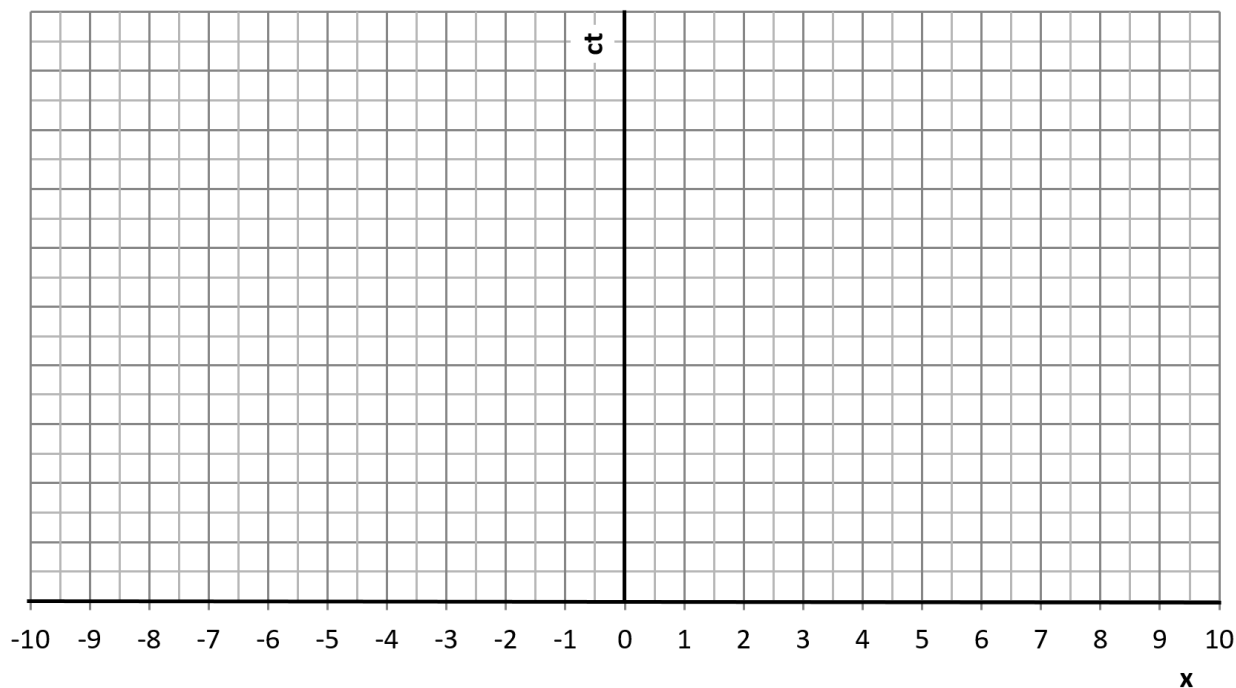
.....

.....

.....

Hieronder staat weer een leeg ruimte-tijd diagram.

23. Zet de eenheid voor x en de eenheid voor ct bij de assen.



In de oorsprong staat een lamp die naar beide richtingen licht uitzendt.

24. Teken de wereldlijn van het licht in het ruimtetijd-diagram hierboven in rood. Leg uit hoe je dat doet.

.....

.....

Bekijk nu de situatie waarin P1 en P2 beiden in de oorsprong beginnen. P1 (blauw) blijft stil staan en P2 (groen) reist in een raket met snelheid $0,7c$ naar rechts.

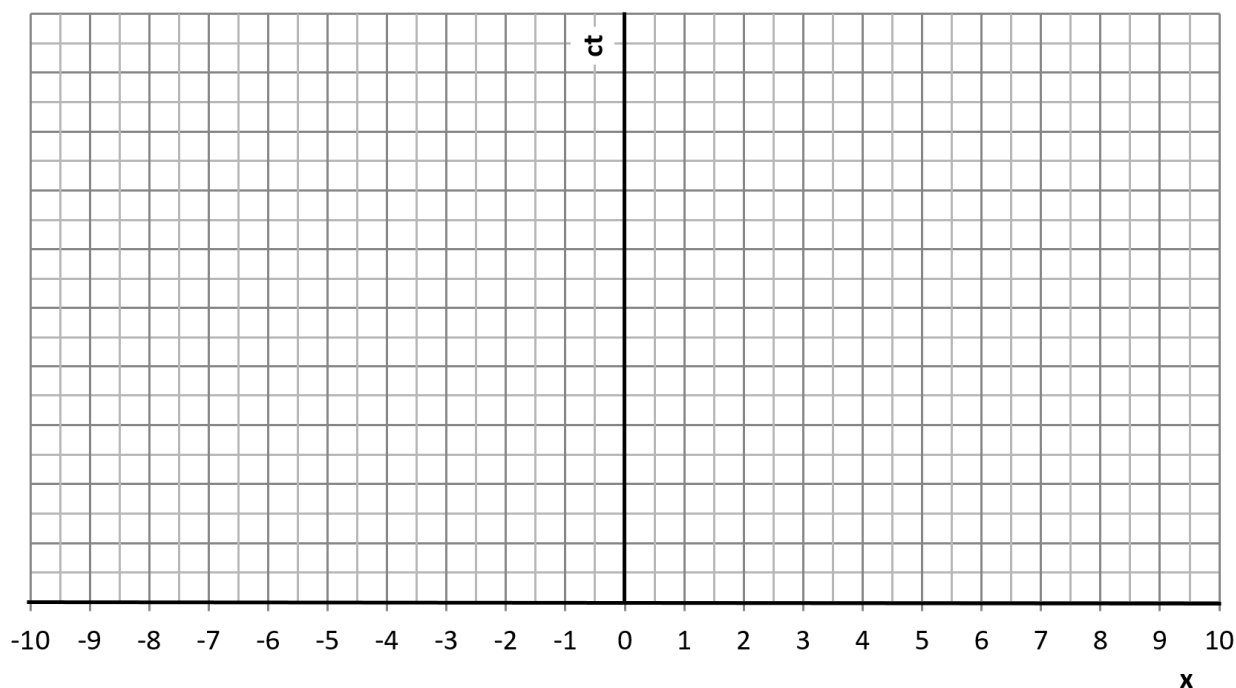
25. Teken de wereldlijnen van P1 en P2 in het ruimtetijd-diagram hierboven.
26. Leg uit hoe je gemakkelijk (zonder berekening) een snelheid van $0,7c$ kunt tekenen.

Het gebied tussen de wereldlijnen van de fotonen naar links en naar rechts noem je de lichtkegel van de waarnemer in de oorsprong.

Meestal onderzoek je situaties waarbij een grotere afstand wordt afgelegd dan 10 meter. Willen we bijvoorbeeld de afstand naar Proxima Centauri in de grafiek laten passen dan moeten we de x-as vermenigvuldigen met een macht van 10. Om te zorgen dat de lichtkegel gelijk blijft vermenigvuldigen we de ct-as dan met dezelfde macht van 10.

27. Bepaal met welke macht van 10 de x-as vermenigvuldigd moet worden om proxima-centauri ruim in het diagram te passen. En noteer deze macht van 10 bij de assen.

28. Teken de wereldlijn van een ruimte reiziger die met $0,7c$ naar Proxima Centauri reist en weer terug.
29. Teken nu dezelfde situatie (licht en ruimte reiziger) vanuit het referentiestelsel van de ruimte reiziger.

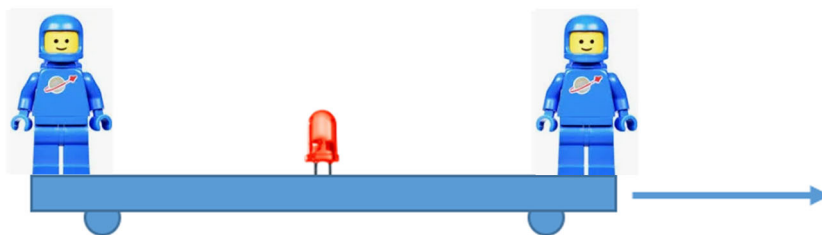


30. Bespreek je antwoorden met je docent.

Gelijktijdigheid



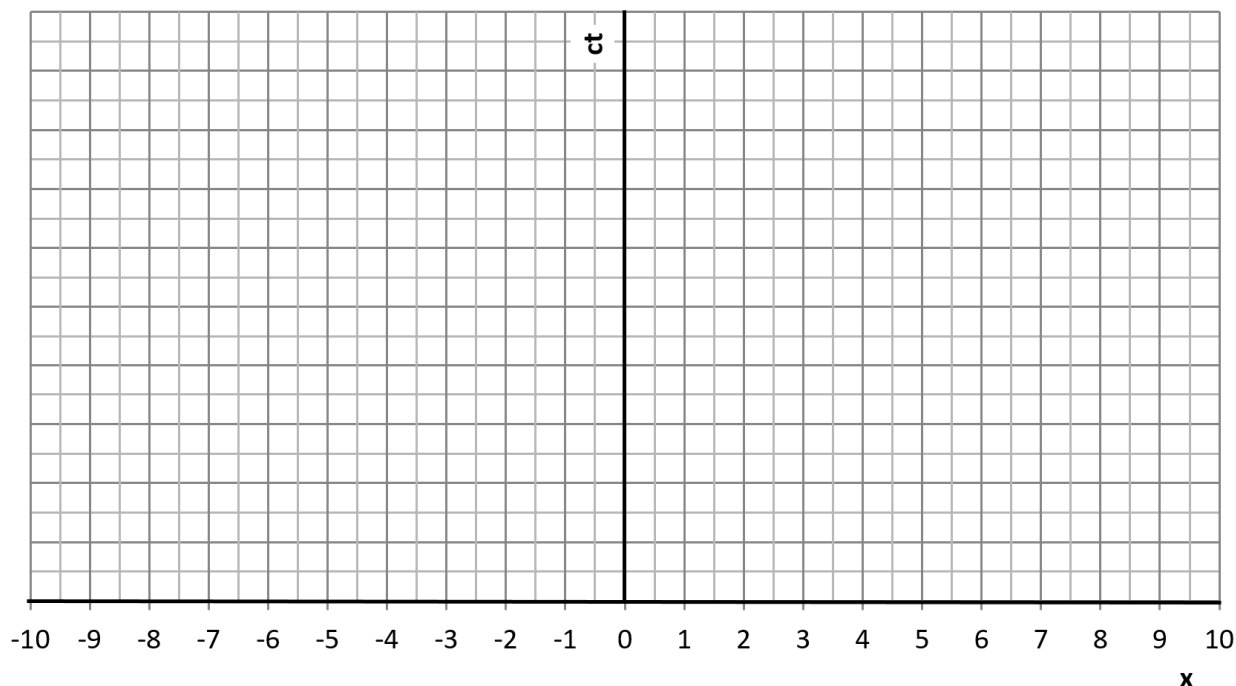
31. Van je docent krijg je uitleg over *gelijktijdigheid*.



P1 en P2 staan nu op een treinwagon 10 meter uit elkaar. P1 staat op $x = -5$ m en P2 staat op $x = +5$ m. Tussen hen in op $x = 0$ staat een lichtbron die op $t = 0$ aangezet wordt. Gebeurtenis A is *het aanzetten van de lichtbron*. Gebeurtenis B1 is *licht komt bij P1* gebeurtenis B2 is *licht komt bij P2*.

Gebruik weer een A3 papier met lego poppetjes om te schetsen en neem later over op onderstaand ruimtetijd diagram.

32. Teken in het referentiestelsel van P1 en P2 de wereldlijnen van P1 en P2 in blauw en de lichtkegel in rood. Teken ook de gebeurtenissen A, B1 en B2.



P1, P2 en de lichtbron bewegen samen met een snelheid van $0,4c$ naar rechts.

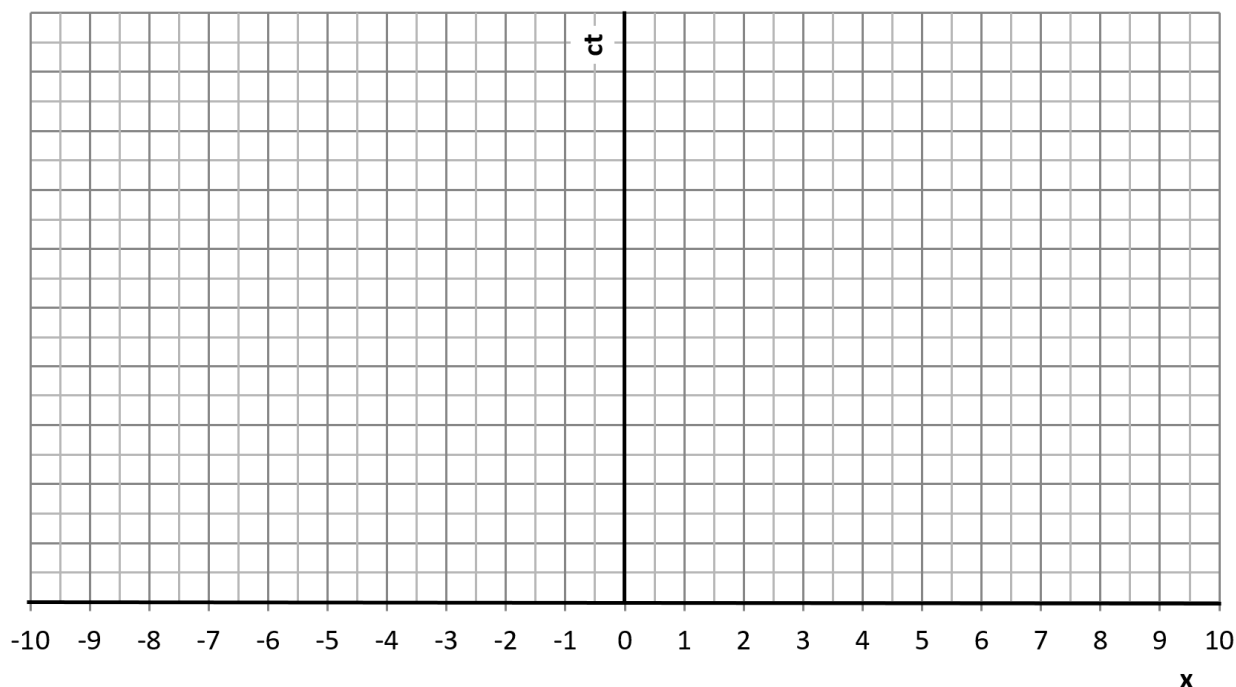
33. Leg uit dat je ruimtetijd diagram in het referentiestelsel van P1 en P2 niet verandert.

Gebeurtenissen die gelijktijdig plaatsvinden liggen op een lijn evenwijdig aan de x-as.

34. Leg uit of dit klopt voor gebeurtenis B1 en B2.

Waarnemer P3 staat stil op $x = 0$.

35. Teken nu het ruimtetijd-diagram van de situatie zoals die wordt waargenomen door een stilstaande waarnemer op $x=0$. Teken weer de wereldlijnen van P1 en P2. Teken ook de wereldlijn van P3. Teken de lichtkegel en de gebeurtenissen B1 en B2



Gebeurtenis B1 en B2 vinden gelijktijdig plaats voor P1 en P2, maar niet voor P3

36. Hoe zie je dat in het laatste ruimtetijd-diagram?

Je gaat nu in het laatste ruimte-tijd-diagram de x -as tekenen van P1. Omdat er al een x -as staat noemen we deze as de x' -as. Je weet dat voor P1 de gebeurtenissen B1 en B2 gelijktijdig moeten zijn en dus op dezelfde x -as horen te liggen. De lijn B1-B2 moet dus evenwijdig lopen met de x' -as. Ook moet de x' -as door P1 lopen.

37. Teken de x' -as van P1 in het referentiestelsel van P3.

Omdat P1 in de oorsprong van zijn eigen referentiestelsel staat valt de ct -as van P1 samen met zijn eigen wereldlijn. Omdat er al een ct -as getekend staat noemen we deze de ct' -as.

38. Teken de ct' -as van P1 in het referentiestelsel van P3.



39. Bespreek je antwoord met je docent.

Energie



40. Van je docent krijg je uitleg over *rustenergie, kinetische energie en totale energie*.

Voor veel voorkomende massa's is de bekende formule van Einstein (voor een snelheid van 0) al voor je uitgerekend. Bijvoorbeeld voor een elektron.

41. Zoek de energie op van een elektron in rust. Gebruik hierbij BINAS tabel 7B.

Als een elektron beweegt komt er energie bij. De totale energie is dus de som van rustenergie en de kinetische energie.

42. Noteer een formule voor de totale energie E_{totaal} van een bewegend deeltje.

Stel dat we het deeltje vanaf $v = 0$ laten versnellen waarbij de totale energie wordt verdubbeld.

43. Bereken hoe groot de snelheid dan zou worden.

44. Leg uit dat je volgens klassieke mechanica de energie van een deeltje blijkbaar niet kunt blijven verhogen.

Bij een hoge snelheid speelt ook hier de relativistische factor een rol bij het berekenen van de totale energie. De totale energie van een deeltje wordt geschreven als rustenergie E_0 vermenigvuldigd met de gamma-factor.

45. Schrijf hieronder hoe de formule voor de totale energie van een snel bewegend deeltje er uit ziet in de relativistische mechanica.

46. Leg uit dat nu de energie wel steeds verdubbeld kan worden zonder dat de snelheid boven de lichtsnelheid uit komt. Geef eventueel weer een rekenvoorbeeld.



47. Bespreek je antwoorden tot nu toe.

Klassieke of relativistische mechanica

Wat is de grens waarbij je over moet gaan op een relativistische berekening van de energie? Dat kun je zelf ontdekken.

48. Noteer de formule voor de totale energie van een bewegende massa volgens de klassieke mechanica:

.....

.....

49. Noteer de formule voor de totale energie van een bewegende massa volgens relativistische mechanica:

.....

.....

50. Laat zien dat de twee formules hetzelfde resultaat opleveren bij een snelheid van 0.

.....

.....

We bekijken nu een massa van 1,0 kg.

51. Vul in onderstaande tabel de totale energie in voor de gegeven snelheid:

Snelheid	E_{totaal} (klassiek) (J) $E_{\text{rust}} + E_k$ $mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$	E_{totaal} (relativistisch) (J) γmc^2
0,00c		
0,10c		
0,25c		
0,75c		
0,99c		

52. Leg uit welke conclusie je op basis van deze tabel kunt trekken.

.....

.....



53. Overleg met je docent over de antwoorden tot nu toe.

Eindopdracht

Als eindopdracht van deze ga je een poster maken waarin een van de volgende uitspraken wordt uitgelegd met behulp van formules en ruimte-tijd diagrammen.

Onderwerpen

- De tijd die een muon erover doet om door de aardatmosfeer te bewegen is langer dan zijn levensduur.
- Mijn tweelingbroer is minder oud geworden dan ik als hij terugkomt van zijn ruimtereis naar Proxima Centauri.
- Een trein van 200 m past in een tunnel van 150 m.
- Vanaf mijn raket met snelheid $0,6c$ schiet ik een projectiel weg met $0,6c$. De snelheid van mijn projectiel is dan geen $1,2c$.
- .
- .

Eisen

Maak een digitale poster / infographic met daarop de verklaring van de uitspraak. Gebruik daarvoor rekenvoorbeelden en ruimte-tijd diagrammen.

De poster bevat in ieder geval de volgende punten:

- Heldere uitleg van de situatie
- minimaal 1 ruimte-tijd diagram
- berekening van de gammafactor
- verklaring